# 第七单元 立体几何

## 基础课36 基本立体图形、简单几何体的表面积

## 和体积

### 课时评价·提能

#### 基础巩固练

1. 已知圆柱的底面半径是3，高是4，则圆柱的侧面积是（ C ）.

A. B. C. D.

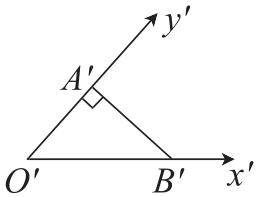
[解析]由题意设底面半径为，母线为，圆柱的侧面积为 .故选.

2. 下列几何体中，棱数最多的是（ A ）.

A. 五棱锥 B. 三棱台 C. 三棱柱 D. 四棱锥

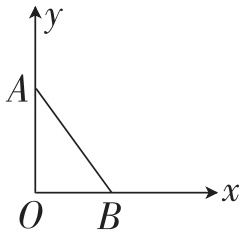
[解析]因为五棱锥有10条棱，三棱台有9条棱，三棱柱有9条棱，四棱锥有8条棱，所以这些几何体中棱数最多的是五棱锥，故选.

3. 如图，一个水平放置的图形的直观图是一个等腰直角三角形，斜边长，则原平面图形的面积是（ B ）.



A. 2 B. C. D.

[解析]根据斜二测画法可得原图形为如图所示的，是等腰直角三角形， 斜二测画法可得 为直角三角形，，，， 原平面图形的面积是.故选．



4. [2024·淮安模拟]用半径为2的半圆形铁皮围成一个圆锥筒，则该圆锥筒的高为（ B ）.

A. 1 B. C. 2 D. 6

[解析]半圆的弧长 等于圆锥的底面圆的周长，故底面圆的半径为1，圆锥母线为2，故高为.故选.

5. 某水果盘可以近似看成一个正六棱台，厚度忽略不计，它的上端是棱长为的正六边形开口，下端是棱长为的正六边形的封闭底面，侧面是6个封闭的等腰梯形，水果盘的高为，则该水果盘的容积为（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]由题意可知，正六棱台的上底面面积，下底面面积，所以正六棱台的体积，即该水果盘的容积为.故选.

6. “三棱锥是正三棱锥”的一个必要不充分条件是（ C ）.

A. 三棱锥是正四面体 B. 三棱锥不是正四面体

C. 三棱锥有一个面是正三角形 D. 是正三角形且

[解析]由正三棱锥的定义，得三棱锥 是正三棱锥等价于“有一个面是正三角形，其他面是等腰三角形”.

对于,因为三棱锥 是正四面体等价于四个面是全等的正三角形，所以“三棱锥 是正四面体”是“三棱锥 是正三棱锥”的充分不必要条件，故 错误；

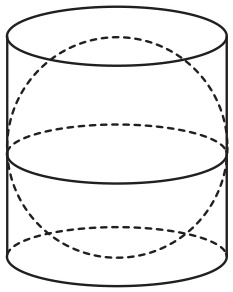
对于,因为一个正三棱锥可能是正四面体，也可能不是正四面体，

所以“三棱锥 不是正四面体”是“三棱锥 是正三棱锥”的既不充分也不必要条件，故 错误；

对于,因为三棱锥 是正三棱锥等价于有一个面是正三角形，其他面是等腰三角形，所以“有一个面是正三角形”是“三棱锥 是正三棱锥”的必要不充分条件，故 正确；

对于,因为三棱锥 是正三棱锥等价于底面 是正三角形，其他面是等腰三角形，所以“是正三角形且”是“三棱锥 是正三棱锥”的充要条件，故 错误.故选.

7. 古希腊数学家阿基米德是世界上公认的三位最伟大的数学家之一，其墓碑上刻着他最满意的一个数学发现——圆柱容球定理.如图，这是一个“圆柱容球”的几何图形，即圆柱容器里放了一个球，该球四周碰边（即圆柱的底面直径和高都等于球的直径），则圆柱的表面积与球的表面积之比为（ C ）.



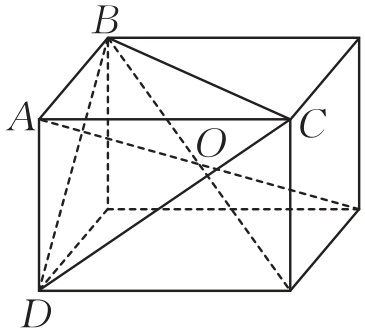
A. B. C. D.

[解析]设球的半径为，圆柱的表面积为，球的表面积为，根据题意可得圆柱的底面半径为，高为，则,故圆柱的表面积与球的表面积之比为.故选.

8. 类比在数学中应用广泛，数与式、平面与空间、一元与多元、低次与高次、有限与无限之间有不少结论，都是先用类比猜想，而后加以证明得出的.已知在中， ，，，则外接圆的半径，由此类比，在四面体中，三条侧棱两两垂直，三条侧棱长分别是,,，则该四面体外接球的半径为（ B ）.

A. B. C. D.

[解析]如图，将四面体 还原到长方体中，



可见四面体 的外接球球心即长方体的体对角线交点，显然四面体 外接球半径为.故选.

#### 综合提升练

9. （多选题）在正方体的8个顶点中任意取4个不同的顶点，则下列说法正确的是（ ABD ）.

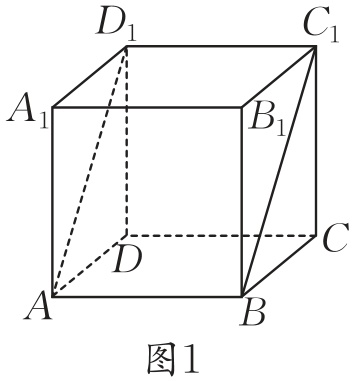
A. 存在四个点，使得这四个点构成平行四边形

B. 存在四个点可以构成正四面体

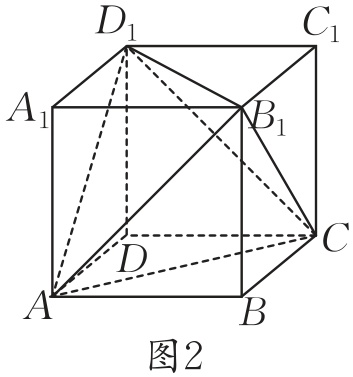
C. 不存在这样的四个点，使得构成的四面体每个面都是直角三角形

D. 存在这样的四个点，使得构成的四面体有三个面是直角三角形、一个面是等边三角形

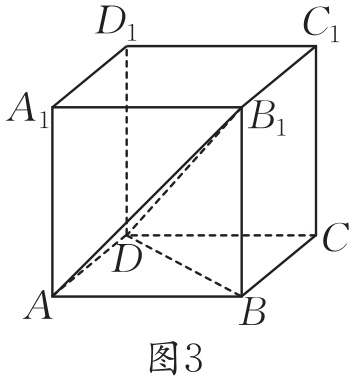
[解析]对于，如图1，四边形 为平行四边形，所以 正确；



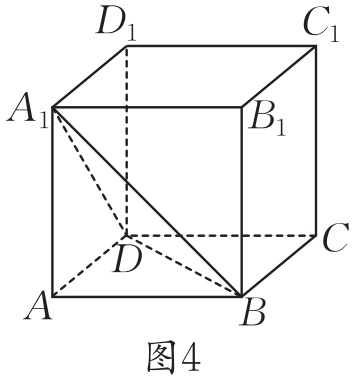
对于，如图2，四面体 是正四面体，所以 正确；



对于，如图3，在四面体 中，,,,，故每个面都是直角三角形，所以 不正确；

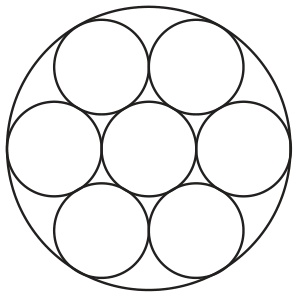


对于，如图4，在四面体 中，，,均是直角三角形，为等边三角形，所以 正确.



故选.

10. （多选题）某球形巧克力设计了一种圆柱形包装盒，每盒可装7个球形巧克力，每盒只装一层，相邻的球形巧克力相切，与包装盒接触的6个球形巧克力与圆柱形包装盒侧面及上、下底面都相切.如图，这是平行于底面且过圆柱母线中点的截面，设包装盒的底面半径为，球形巧克力的半径为，每个球形巧克力的体积为，包装盒的体积为，则（ AD ）.



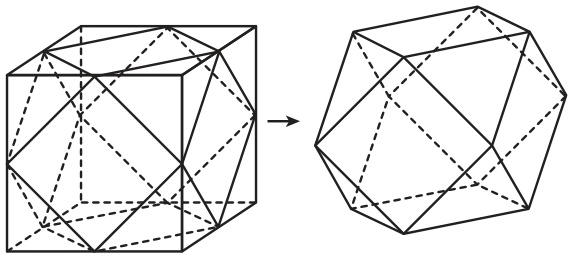
A. B. C. D.

[解析]由截面图可以看出，圆柱的底面直径是球形巧克力直径的3倍，即可得，

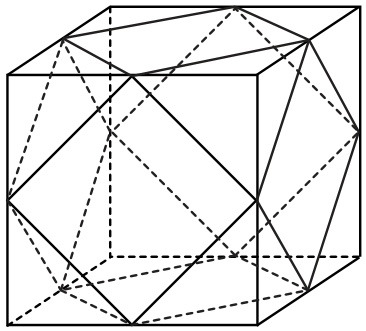
由题意可知，圆柱的高等于球形巧克力的直径，设圆柱的高为,即，

，，则有.故选.

11. 如图，将正方体沿交于同一顶点的三条棱的中点截去一个三棱锥，如此共可截去八个三棱锥，得到一个有十四个面的半正多面体，它的各棱长都相等，其中八个面为正三角形，六个面为正方形，称这样的半正多面体为二十四等边体，则得到的二十四等边体与原正方体的体积之比为  .



[解析]如图,设原正方体的棱长为，则正方体的体积为，又因为截去的8个三棱锥为全等的三棱锥，都有三条互相垂直的棱，棱长为，故截去体积为，所以二十四等边体的体积为，所以二十四等边体与原正方体的体积之比为.



12*.*(双空题)(2024·九省适应性测试)已知轴截面为正三角形的圆锥*MM'*的高与球*O*的直径相等,则圆锥*MM'*的体积与球*O*的体积的比值是,圆锥*MM'*的表面积与球*O*的表面积的比值是1*.*

[解析]设圆锥的底面半径为*r*,球的半径为*R*,

因为圆锥的轴截面为正三角形,所以圆锥的高*h=r*,母线*l=*2*r*,

由题可知,*h=*2*R*,所以球的半径*R=r*,

所以圆锥的体积*V*1*=*·(π*×r*2)·*r=*π*r*3,

球的体积*V*2*=*π*R*3*=*π·*r*3*=*π*r*3,

所以*==.*

圆锥的表面积*S*1*=*π*rl+*π*r*2*=*3π*r*2,

球的表面积*S*2*=*4π*R*2*=*4π*×**r*2*=*3π*r*2,

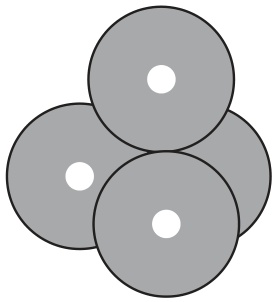
所以*==*1*.*

#### 应用情境练

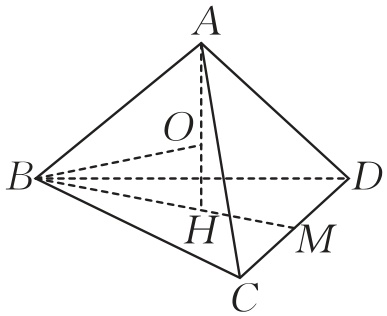
13. 已知一种米斗可盛米10升（1升），该米斗的形状可看作正四棱台，且上口宽为，下口宽为，则高约为22.5.（结果保留一位小数）

[解析]根据题意，设该棱台的高为，该正四棱台下底面边长为，上底面边长为，其体积 升，则，得.

14. 将半径均为2的四个球堆成如图所示的“三角垛”，若该三角垛能放入一个正四面体容器内，则该容器棱长的最小值为  .



[解析]对于正四面体，若棱长为，设 为正四面体外接球球心，是正四面体底面三角形的中心，为 的中点，如图所示，则，则，.



设外接球的半径为，则，

在 中，，解得，所以，即正四面体的中心 到正四面体底面的距离为.

半径均为2的四个球堆成的“三角垛”，由球心，，，构成的四面体，棱长为4，该三角垛能放入一个正四面体容器内，

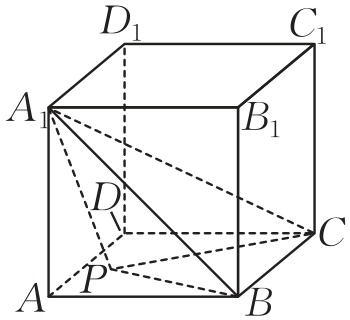
则当该容器棱长取最小值时，每个小球均与正四面体的面相切，任意两个小球外切，

设这个正四面体容器棱长为，则有，

解得，则该容器棱长的最小值为.

#### 创新拓展练

15. 如图，正方体的棱长为2，点在正方形的边界及其内部运动，则四面体的体积的最大值是  .



[解析]在正方体 中， 平面，所以 平面,则 是四面体 以 为底面时的高.因为，所以当 最大时，四面体 的体积取最大值，因为点 在正方形 的边界及其内部运动，所以当点 在线段 上时，最大，其最大值为，所以四面体 的体积的最大值为.

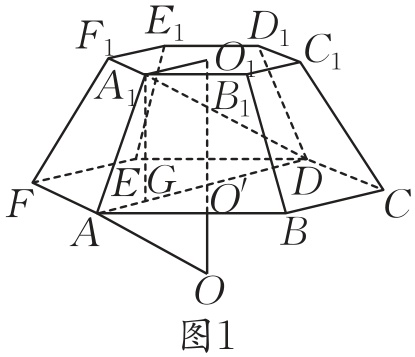
16. 已知在正六棱台中，，，，设侧棱的延长线交于点，几何体的外接球半径为，正六棱台的外接球半径为.

（1）求此正六棱台的体积；

（2）求的比值.

[解析]（1）依题意，在正六棱台 中，，，，则其上底面是由六个边长为3的正三角形组成的，则其面积，其下底面是由六个边长为4的正三角形组成的，则其面积，其高，所以该正六棱台的体积.

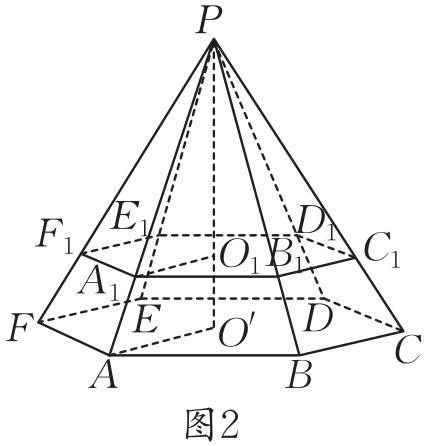
（2）设上底面中心为，下底面中心为，连接，，，则 垂直于上下底面，如图1，



连接,，则,，且，作，垂足为，则,，连接,，则，故，则 为钝角，又正六棱台外接球球心位于平面 上，所以设正六棱台外接球球心为，则 在 的延长线上，因为外接球半径为，所以,，即,，解得,，则.

连接，

如图2，易得,,三点共线，且，



所以，则，易知，

所以 是几何体 的外接球的球心，则，所以.